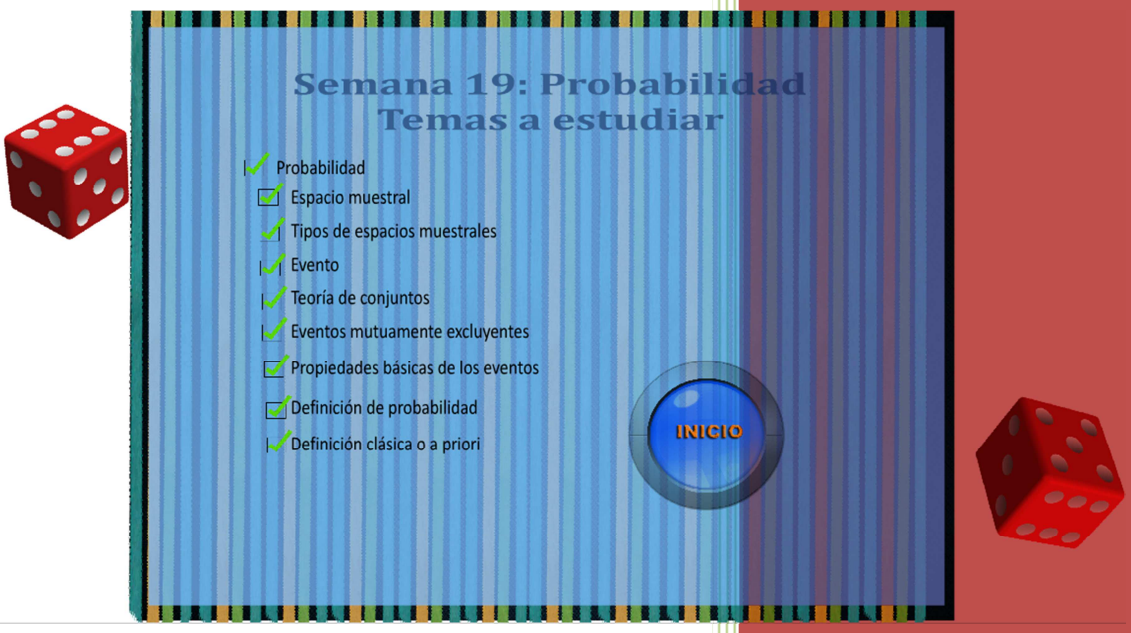
# UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
## Curso de Nivelación 2014

# MATEMÁTICA




Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

# CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

## Contenido

4.2 Probabilidad ..... 1
Espacio muestral ..... 1
Tipos de espacios muestrales ..... 2
Evento ..... 3
Teoría de conjuntos ..... 3
Eventos mutuamente excluyentes ..... 5
Propiedades básicas de los eventos ..... 5
Definición de probabilidad ..... 6
Definición clásica o a priori ..... 6
Definición clásica de probabilidad o a priori ..... 7

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

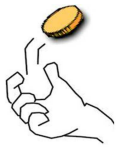
## 4.2 Probabilidad

La teoría de la probabilidad es la teoría matemática que modela los fenómenos o experimentos aleatorios. Estos deben contraponerse a los fenómenos determinísticos, en los cuales el resultado de un experimento, realizado bajo condiciones determinadas, produce un resultado único o previsible.

*Un **experimento determinista** es aquel el que se obtiene el mismo resultado cuando se repite el experimento en las mismas condiciones.*

Por ejemplo, al quemar gas propano en presencia del oxígeno, se produce gas carbónico más agua.

*Un **experimento aleatorio** es aquel en el que al repetir el experimento en igualdad de condiciones los resultados varían.*



Por ejemplo, cuando se lanza un dado y se observa su resultado. En el experimento los resultados son 1, 2, 3, 4, 5 ó 6.

### Espacio muestral

*Al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se le llama **espacio muestra o muestral** y se denota por **S.***

Cada resultado se llama **elemento** o **miembro** del espacio muestral o simplemente, **punto muestral.**

Por ejemplo, si en lanzamiento de un dado consideramos el número que aparece en la cara superior, entonces **S** = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

## Tipos de espacios muestrales

- ***Espacio muestral discreto**, aquel que es finito o infinito contable.*

Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado **S**={1, 2, 3, 4, 5, 6} o los resultados que se obtienen cuando se lanza una moneda hasta que aparece una cara **S** = {H, TH, TTH, TTTH, TTTTH, … }

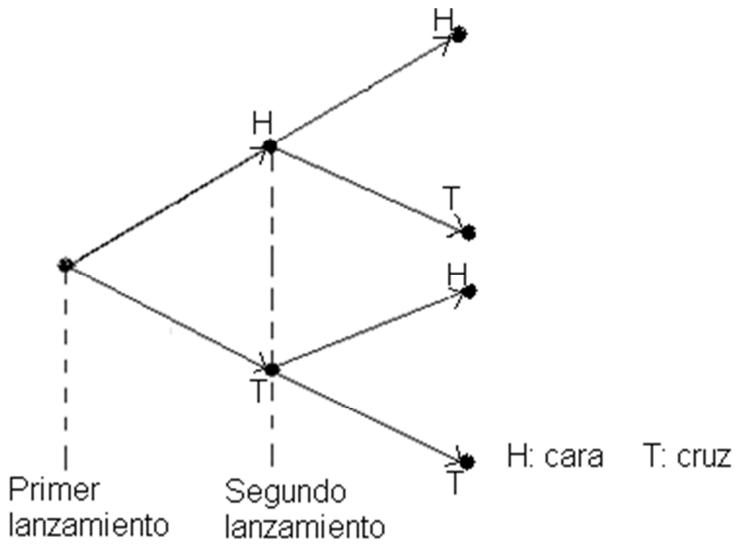
- ***Espacio muestral continuo**, aquel que es infinito no contable, que resulta de una medición.*

Por ejemplo, el **pH** es una medida de acidez o alcalinidad de una disolución acuosa. La escala de pH típicamente va de 0 a 14 en una disolución acuosa, es un valor en el intervalo real [0, 14].

### *Diagrama de árbol*

Útil para listar los elementos de **S** en forma sistemática.

Por ejemplo, lanzamiento de una moneda dos veces.



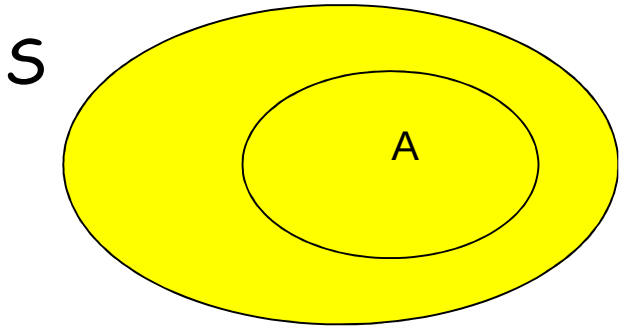

***S***={HH, HT, TH, TT}



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

## Evento

*Un **evento** es cualquier subconjunto del espacio muestral **S.** Evento **simple** el formado por un sólo resultado y **compuesto** si consta de más de un resultado.*




$A \subset S$

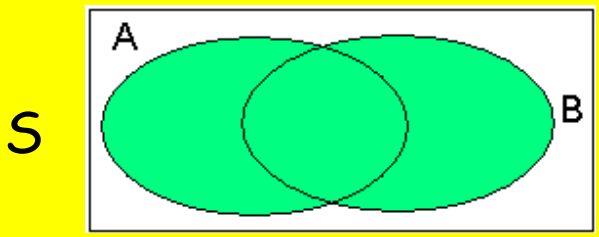
"A es subconjunto de S"

Si **S** es el espacio muestral asociado a un experimento, entonces **S** mismo es un evento conocido como **evento seguro**. Un evento que no contiene elementos se denomina **evento imposible** o **incierto** o **vacío** y se representa por **Φ**.

Por ejemplo sea B={x/x es un factor par de 5}, entonces B= Φ, puesto que los únicos factores posibles de 5 son 1 y 5.

## Teoría de conjuntos

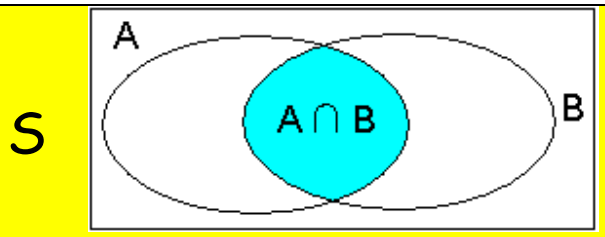
1. **Unión** de A y B, A U B, se lee *"unión de A y B",* contiene todos los elementos que pertenecen a A, a B, o a ambos.



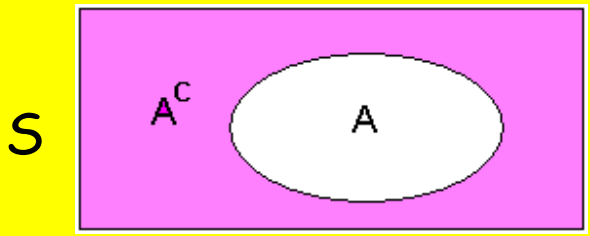

2. **Intersección** de A y B, A ∩ B, se lee *"intersección de A y B",* contiene todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos A y B. Son los elementos comúmes a A y B.



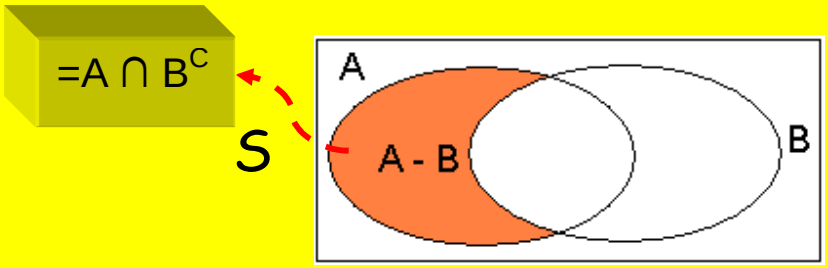
Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013




3. **Complemento** de A, A´ o $A^c$, se lee *"complemento de A",* contiene todos los elementos en **S** que no pertenecen a A.




4. **Diferencia** de A y B, A – B, se lee *"diferencia de A y B",* contiene todos los elementos que pertenecen a A pero no a B, con esto, $A - B = A \cap B^c$.




Observe que: "A ***o*** B" = A U B; "A ***y*** B"=A ∩ B; "***no*** A"=$A^C$; "A ***menos*** B" =A – B= "A ***y no*** B" = $A \cap B^C$.

Ejemplo 4.24. Sea A: componente usado y B: componente defectuoso. Considere los eventos:

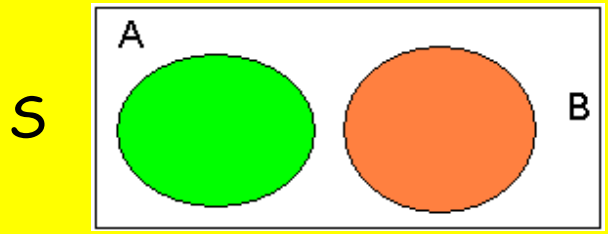
componente usado ***o*** defectuoso = A o B =A U B
componente usado ***y*** defectuoso= A y B = A ∩ B
componente ***no*** usado= no $A=A^C$
componente usado ***y no*** defectuoso= A y no B= $A \cap B^C = A - B$



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

## Eventos mutuamente excluyentes

*Eventos **mutuamente excluyentes** o **disjuntos** si $A \cap B = \Phi$, es decir, si A y B no tienen elementos en común, o si no pueden ocurrir simultáneamente.*




## Propiedades básicas de los eventos

1. $A \cap \Phi = \Phi$
2. $A \cup \Phi = A$
3. $A \cap A^C = \Phi$
4. $A \cup A^C = S$
5. $S^C = \Phi$
6. $\Phi^C = S$
7. $(A^C)^C = A$
8. $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$
9. $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

***Los resultados 8. y 9. constituyen la Ley de D´Morgan.***



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

## Definición de probabilidad

La idea de probabilidad surge por la necesidad de medir la incertidumbre que posee cada suceso asociado a un experimento aleatorio. Actualmente, la teoría de la probabilidad encuentra aplicación en las más variadas ramas del conocimiento, como puede ser la física, la química, la biología, la medicina, la psicología, la ciencia política, la educación, la economía, etc.

La probabilidad de que un evento ocurra se evalúa por medio de un conjunto de números llamados **probabilidades.**

Antes de profundizar en la forma como se utilizan las probabilidades, es necesario conocer de cierta manera de donde provienen. La **definición clásica o a priori** de probabilidad proveniente de los juegos de azar o enfoque clásico de Laplace, se emplea cuando los espacios muestrales son finitos y tienen resultados igualmente probables; la **definición frecuencial o empírica** o **a posteriori** de probabilidad, que se basa en la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento con respecto a un gran número de ensayos repetidos; y por último la **definición de Kolmogorov** o **definición axiomática** de probabilidad. Seleccionar uno de las tres definiciones dependerá de la naturaleza del problema.

## Definición clásica o a priori

Se utiliza si los resultados son igualmente probables. Es la manera más antigua de medir lo incierto, con origen en los juegos de azar.

**Esta definición clásica de probabilidad fue una de las primeras que se dieron (1900) y se atribuye a Laplace; también se conoce con el nombre de probabilidad a priori pues, para calcularla, es necesario conocer, antes de realizar el experimento aleatorio, el espacio muestral y el número de resultados o sucesos elementales que entran a formar parte del suceso.**

Nos interesa ahora la medida numérica de la posibilidad de que ocurra un suceso *A* cuando se realiza el experimento aleatorio. A esta medida la llamaremos probabilidad del suceso *A* y la representaremos por ***P(A).***



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

### Definición clásica de probabilidad o a priori

*Si A es el evento formado por h resultados del espacio muestral y, el número de resultados posibles es n, entonces*

$$P(A)=\frac{h}{n}$$

ó $$P(A)=\frac{\textit{número de casos favorables al suceso A}}{\textit{número de casos posibles}}$$

Esta definición es de uso limitado puesto que descansa sobre la base de las siguientes dos condiciones: 1. El espacio muestral de todos los resultados posibles S es *finito*; y 2. Los resultados del espacio muestral deben ser *igualmente probables.*

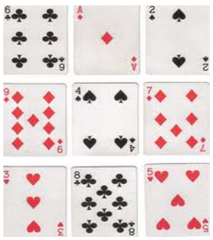
A partir de esta definición, se pueden deducir algunas propiedades importantes:

1. Cuando no existan casos favorables (suceso imposible), la probabilidad será cero.
2. Si los casos favorables son todos los posibles (suceso seguro), la probabilidad será 1.

Por consiguiente, la probabilidad siempre oscilará entre un valor mínimo (0) y un valor máximo (1).

Ejemplo 4.25. Cuando dos dados se lanzan separadamente, hay n=36 resultados. Si ambos dados no están cargados, los 36 resultados son igualmente probables, así que para un evento $A_i$ (i=1,2,3,4,5,6) cualquiera, $P(A_i)=1/36$. Entonces, el evento E: suma de los números igual a 7, esta formado por los seis resultados (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2) y (6,1). Así,

*P(E)=h/n=No. casos favorables / No. casos posibles=6/36=1/6*



Ejemplo 4.26. Selecciónese una carta al azar de una baraja corriente de 52 cartas. Sea el evento A: seleccionar una espada; B: seleccionar J, Q o K; y A ∩ B: seleccionar espada ***y*** seleccionar J, Q o K. Entonces, P(A)=h/n=13/52=1/4; P(B)=h/n=12/52=3/13; y P(A ∩ B)= h/n=3/52.



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013